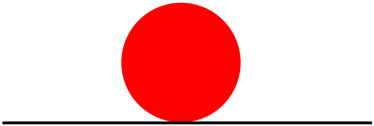
Modellierung komplexer Systeme – Von der Physik zu den Sozialwissenschaften

Frank Schweitzer

fschweitzer@ethz.ch

Was ist einfach?

Was ist einfach?



Was ist einfach?

Was ist komplex?

Was passiert, wenn wir viele einfache Systeme verkoppeln?

Was ist komplex?

Was passiert, wenn wir viele einfache Systeme verkoppeln?

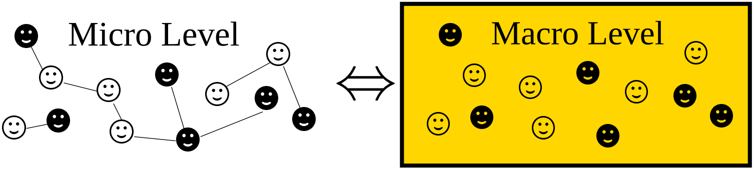
- **Komplexe Systeme**: bestehen aus einer *großen* Zahl von (*heterogenen*) Subsystemen (Elementen, Prozessen, *Agenten*, ...), die stark miteinander wechselwirken

Was ist komplex?

Was passiert, wenn wir viele einfache Systeme verkoppeln?

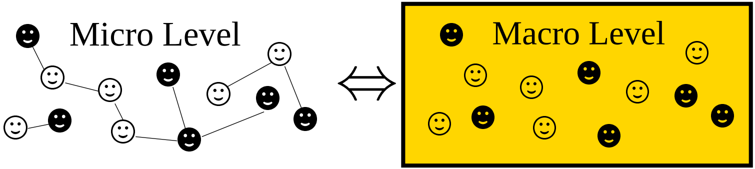
- **Komplexe Systeme**: bestehen aus einer *großen* Zahl von (*heterogenen*) Subsystemen (Elementen, Prozessen, *Agenten*, ...), die stark miteinander wechselwirken
- *physikalisches Beispiel*: $\boxed{\text{Gas}}$ bestehend aus 10^{23} Molekülen
  - Agent (Molekül): Geschwindigkeit v, Masse m $\rightarrow$ Impuls, $mv^2 \propto k_B T$
  - System: Druck p, Temperatur T, Volumen V: $pV = N k_B T$
  - Ursprung der *statistischen Physik*

Komplexität durch Interaktion



- Der Mikro-Makro-Link:
  In welcher Beziehung stehen die Eigenschaften der Elemente und ihre Interaktion of der “mikroskopischen” Ebene zur Dynamik und den Eigenschaften des Gesamtsystems auf der “makroskopischen” Ebene?

Komplexität durch Interaktion



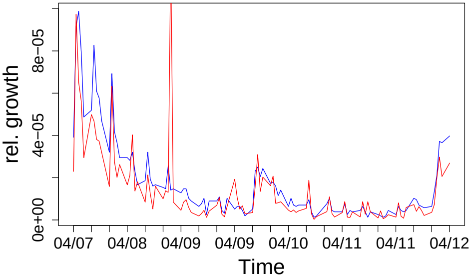
- Der Mikro-Makro-Link:
  In welcher Beziehung stehen die Eigenschaften der Elemente und ihre Interaktion of der "mikroskopischen" Ebene zur Dynamik und den Eigenschaften des Gesamtsystems auf der "makroskopischen" Ebene?
- komplex $\neq$ kompliziert:
  - Systemebene $\Rightarrow$ einfache Dynamik
  - sehr verschiedene Systeme (Physik, Biologie, Sozio-Ökonomie) zeigen ähnliches Verhalten $\Rightarrow$ Universalität

Spenden Sie?

- Agent i: ... manchmal ... 10, 2, 1, 0.5, 20, 50, 100, 1, ...

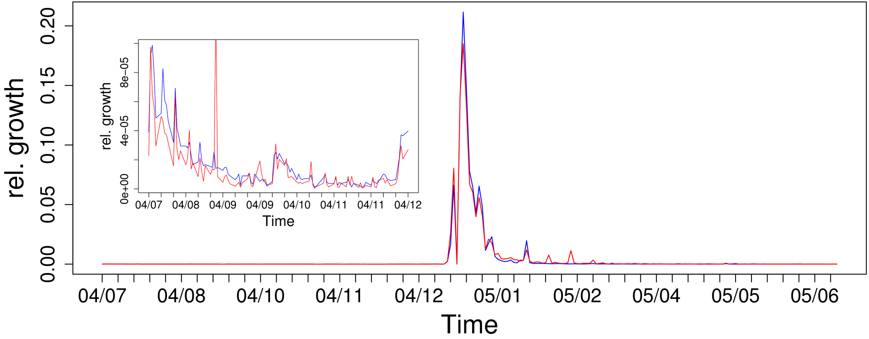
Spenden Sie?

- Agent *i*: ... manchmal ... 10, 2, 1, 0.5, 20, 50, 100, 1, ...
- Systemlevel: Deutsche Spendenorganisation



Relative Zahl/Tag (rot) und Betrag/Tag (blau) von Spenden 07-12/2004,
$N_{\mathrm{tot}} = 3,160$, $A_{\mathrm{tot}} = 209,928$

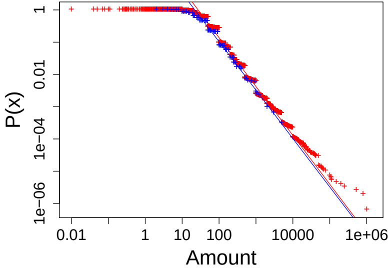
Spendenwelle nach dem Tsunamiunglück



01-06/2005: $N_{\mathrm{tot}} = 1,556,626$, $A_{\mathrm{tot}} = 126,879,803$

F. Schweitzer, R. Mach: The Epidemics of Donations: Logistic Growth and Power Laws, in: PLoS ONE vol. 3, no.1 (2008) e1458

Kumulative Wahrscheinlichkeitsverteilung: $P(x) \sim x^{-\alpha}$



- klares 'power law' über mehrere Größenordnungen
  - *skalenfreie* Natur der Spenden
- Exponent α ähnlich vor ($\alpha = 1.501 \pm 0.023$) und nach ($\alpha = 1.515 \pm 0.002$) dem Unglück
  - Ähnlichkeiten mit anderen Spendenorganisationen (CH/D)

F.S., R. Mach (2008)

Spenden steckt an: Epidemie-Model

- Anteil y der Gesamtbevölkerung N ist spendenbereit
  - Schweiz: $y \approx 0.1$, Deutschland: $y \approx 0.08$
- $N_\mathrm{p} = yN$: Gesamtzahl *möglicher* Spender
- Dynamik *tatsächlicher* Spender, $N_\mathrm{a}(t)$, über der Zeit???

$$P \xrightarrow{k} A\,; \quad k = \gamma\kappa N_\mathrm{a}(t)/N_\mathrm{p}$$

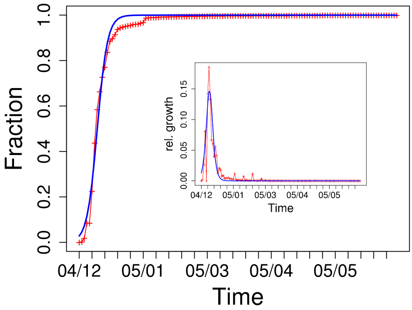
  - nicht-lokale Interaktion über ein 'Feld', das die *Medien* darstellt
  - γ: Zahl der Interaktionen per Zeitintervall zwischen P und A
  - $0 \leq \kappa \leq 1$: Wkt. dass Interaktion zu einer Spende führt

$$\frac{dN_\mathrm{a}}{dt} = \gamma\kappa f(t)\left[N_\mathrm{p} - N_\mathrm{a}(t)\right]$$

- mit $f(t) = N_\mathrm{a}(t)/(yN)$ und Zeitskala $\tau^{-1} = \gamma\kappa$

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} f(t)\left[1 - f(t)\right]\,; \quad f(t) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{(t-\mu)}{\tau}}}$$

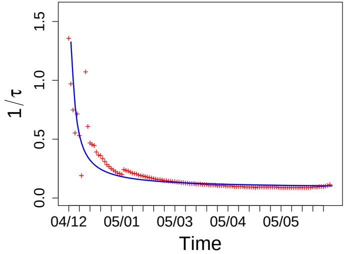
  - μ: Zeit, wo $f(t)$ das Maximum erreicht hat



- Anteil der Gesamtzahl der Spenden
  (inset: relatives Wachstum des Gesamtbetrags der Spenden)
  - Fit: $\mu = 8.05 \pm 0.07$, $\tau = 1.98 \pm 0.06$

F.S., R. Mach (2008)

Einfluss der Medien



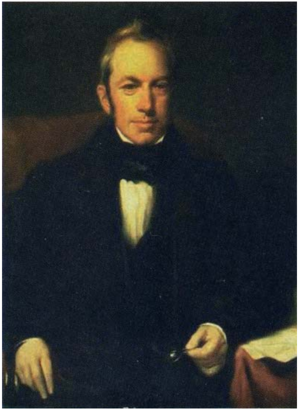
F.S., R. Mach (2008)

- Verlangsamung der mittleren-Feld-Interaktion

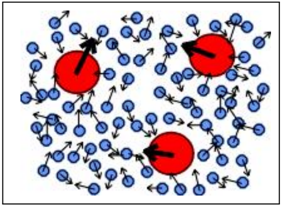
$$1/\tau = \left[a + (b/t) + (c/t)^2\right]$$

- $(\gamma\kappa)$: Zahl der erfolgreichen Wechselwirkungen pro Zeitintervall
  - frühes Stadium: Leute sind enthusiastisch um Geld zu spenden
  - Spätstadium: mehr indifferent
- Abnahme von $\tau \Rightarrow$ Rückgang des öffentlichen Interesses

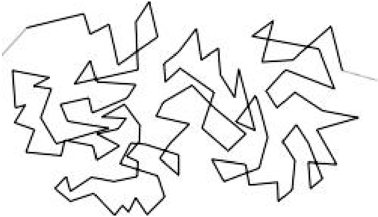
Brownsche Bewegung



Der Botaniker Robert Brown (1773-1858)



Fu-Kwun Hwang, http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/



Brownsche Agenten

- Prinzip der Kausalität

$$
\begin{array}{rcl}
\textbf{Wirkungen} & \Longleftarrow & \textbf{Ursachen} \\
\text{Änderungen von } u_i & & \text{deterministische} + \text{stochastische Einflüsse} \\
\dfrac{du_i}{dt} & = & f_i(\underline{u}, \underline{\sigma}, t) + \sqrt{2\varepsilon_i}\,\xi_i(t)
\end{array}
$$

- $f_i(\underline{u}, \underline{\sigma}, t)$: Berücksichtigung von
  - nichtlinearen Wechselwirkungen mit anderen Agenten $j \in N$
  - energetischen Bedingungen, Umweltressourcen
  - Zeitabhängigkeiten (Tag/Nacht, saisonale Zyklen)
- ε_i: zustandsabhängiges (individuelles) Rauschen
  Berücksichtigung "anderer" Einflüsse (Separation von Zeit/Raumskalen)

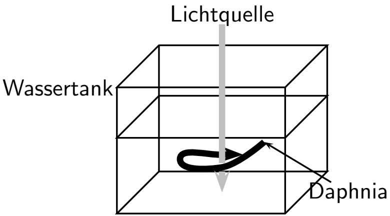
F. Schweitzer: *Brownian Agents and Active Particles. On the Emergence of Complex Behavior in the Natural and Social Sciences* Berlin: Springer 2003, 420 pp. 192 illus. (ISBN 3-540-43938-2)

Schwarmbewegung von Daphnia

Picture courtesy of Stephen Durr

Schwarmbewegung von Daphnia

Picture courtesy of Stephen Durr



Eine Daphnia

Viele Daphnia

Videos: Courtesy of Anke Ordemann, *Center for Neurodynamics, University of Missouri, St. Louis*

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v}_i = -\gamma_0\,\mathbf{v}_i - a\mathbf{r}_i + d_2 e(t)\mathbf{v}_i + \sum_{i\neq j}\mathbf{f}_{ij} + \sqrt{2S}\xi(t)$$

Reibung Ext.Potential Aktive Bewegung Fluktuationen

- $f_{ij}(\mathbf{r}_{ij}, \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j)$ durch asymmetrisches Ausweichpotential

Simulation

F Schweitzer *et al.*, http://intern.sg.ethz.ch/publications/2005/web-ms.html

- Resultat: kollektive Schwarmbewegung als Kompromiß
- Rolle der Fluktuationen: Symmetriebruch bei der Rotationsrichtung

---

R. Mach, F. Schweitzer: Modeling Vortex Swarming In Daphnia, *Bulletin of Mathematical Biology*, vol. 69 (2007), pp. 539-562

Bewegung von Menschenmassen

- Langevin-Dynamik des *Brownschen Agenten i*

$$\frac{d\mathbf{v}_i(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau_i}\mathbf{v}_i(t) + \mathbf{f}_i(t) + \sqrt{\frac{2\,\varepsilon_i}{\tau_i}}\,\xi_i(t)$$

- "social force"- Modell

$$\mathbf{f}_i(t) = \frac{1}{\tau_i}v_i^0\mathbf{e}_i - \nabla_{\mathbf{r}_i}\Big[V_B(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_B^i|) + V_{\mathrm{int}}(\mathbf{r}_i, t)\Big]$$

- Resultat: selbstorganisiertes "Verhalten"

Simulation: Bewegung auf dem Korridor

D. Helbing *et al.*, http://rcswww.urz.tu-dresden.de/~helbing/

Praktische Anwendung:

- Optimierung von Einkaufszentren, Bahn/Flughäfen, ...
- Modellierung von Panik (Helbing, Schreckenberg)
  $\Rightarrow$ Evakuierungsszenarien
- Simulation: Keine Panik Panik I. Farkas *et al.*, http://angel.elte.hu/panic/

Selbstorganisation

- spontane Entstehung, Höherentwicklung und Ausdifferenzierung von Ordnungsstrukturen
- kollektive Phänomene, *Emergenz von neuen Systemqualitäten*

Self-Organization is the process by which individual subunits achieve, through their cooperative interactions, states characterized by new, emergent properties transcending the properties of their constitutive parts.

Biebricher, C. K.; Nicolis, G.; Schuster, P.
Self-Organization in the Physico-Chemical and Life Sciences
EU Report 16546 (1995)

Zusammenfassung

- komplexe Systeme offenbaren einfache Gesetzmäßigkeiten
  - Beispiel: Spendenverteilung
- Eigendynamik komplexer Systeme: Resultat von Wechselwirkungen vieler (*einfacher*) Elemente
  - Emergenz von "sinnvollem" Verhalten, Adaptation
  - Entstehung "höherer" Ordnung (Strukturen, statistische Gesetze)
- statistische Physik: Methodenspektrum zur Modellierung von komplexen biologischen und sozialen Systemen